Täyspitkä MAB yo-harjoituskoe 1 lukioille (MAFY-valmennus)

Matematiikan yo-harjoituskoe koostuu kolmesta osasta, A-osasta sekä osista B1 ja B2. Osassa A on neljä tehtävää, joista tehdään kaikki. Osassa B1 on viisi tehtävää, joista tehdään kolme. Osassa B2 on neljä tehtävää, joista tehdään kolme. Jokaisen tehtävän maksimipistemäärä on 12 pistettä. Kokeen maksimipistemäärä on 120 pistettä. Koko kokeen tekemiseen on 6 tuntia aikaa.

B-osan tehtävissä CAS-laskinohjelmien käyttö on sallittu.

Vain oikeaan vastaustilaan laaditusta ratkaisusta saa pisteitä. Hyväksyttäviä muotoiluja voi tehtävissä olla useita erilaisia. Riittää että vastaukset ovat perusteltuja, selkeitä sekä ymmärrettäviä.

Älä jätä mitään merkintöjä sellaisen tehtävän vastaukselle varattuun tilaan, jota et halua jättää arvosteltavaksi.

OSA A - VASTAA KAIKKIIN NELJÄÄN TEHTÄVÄÄN!

1. Tehtävä 1
2. Tehtävä 2
3. Tehtävä 3 (kuva-aineisto)
4. Tehtävä 4 (havainnekuva)

OSA B1 - VASTAA KOLMEEN NÄISTÄ VIIDESTÄ TEHTÄVÄSTÄ!

5. Tehtävä 5
6. Tehtävä 6
7. Tehtävä 7 (taulukkoaineisto)
8. Tehtävä 8
9. Tehtävä 9

OSA B2 - VASTAA KOLMEEN NÄISTÄ NELJÄSTÄ TEHTÄVÄSTÄ!

10. Tehtävä 10
11. Tehtävä 11
12. Tehtävä 12 (taulukkoaineisto)
13. Tehtävä 13

1. **Osio A, tehtävä 1**

Valitse jokaista väittämää vastaava oikea vaihtoehto. Jokaisesta oikeasta vastauksesta saa yhden pisteen.

Tehtävän yhteispisteet (12 p)

1.1. Luku 120 on ____ prosenttia luvusta 300.

- 20
- 30
- 40
- 50

1.2. Negatiivisesta luvusta voidaan ottaa neliöjuuri.

- Oikein.
- Väärin.
- Parittomista luvuista voidaan, parillisista ei voida.
- Parillisista luvuista voidaan, parittomista ei voida.

1.3. Suoran yhtälöt ovat muotoa

- $y = b + \frac{k}{x}$
- $y = ax^2 + kx + b$
- $y = k \cdot \log(x)$
- $y = kx + b$

1.4. Jos ympyrän säde on r, sen pinta-alan ja kehän pituuden suhde on

- $\frac{r^2}{2}$
- $\frac{r}{2}$
- $\frac{\pi}{2}$
- $\frac{\pi r}{2}$

1.5. Aritmeettisen sarjan jäsenet ovat aina

- suurempia kuin yksi.
- yhtä suuria.
- yhtä etäällä toisistaan.
- samassa suhteessa toisiinsa.

1.6. Positiivisen luvun 10-kantainen logaritmi on

- aina nollaa suurempi.

- aina nollaa pienempi.
- aina nolla.
- suurempi, pienempi tai yhtä suuri kuin nolla.

1.7. Toisen asteen yhtälöllä on

- aina kaksi ratkaisua.
- yksi tai kaksi ratkaisua.
- nolla, yksi tai kaksi ratkaisua.
- nolla, yksi, kaksi tai kolme ratkaisua.

1.8. Jos heitetään kahta tavallista noppaa, silmälukujen summa on 7 todennäköisyydellä.

- $1/6$
- $1/7$
- $2/36$
- $12/36$

1.9. Luku 11 on n. ____ prosenttia pienempi kuin luku 13.

- 2
- $84{,}6$
- $15{,}4$
- $18{,}2$

1.10. Pythagoraan lause pätee

- vain tasasivuisille kolmioille.
- vain suorakulmaisille kolmioille.
- kaikille kolmioille.
- kolmioille ja neliöille.

1.11. Sinin ja kosinin arvot ovat

- aina väliltä $[0, 360]$.
- aina positiivisia.
- aina nollan ja ykkösen välillä.
- aina miinus yhden ja yhden välillä.

1.12. Jos kuution tilavuus on 216 cm^3, sen yhden tahkon pinta-ala on

- 6 cm.
- 6 cm^2.
- 36 cm.
- 36 cm^2.

2. **Osio A, tehtävä 2**

Viljelijä Peltonen kasvattaa ruista, kauraa ja porkkanoita. Huono sää tuhoaa ruissadosta 13 %, kaurasadosta 7 % ja porkkanasadosta 22 %.

a) Peltonen saa korjattua ruissatoa 80 tonnia. Kuinka suuri ruissato olisi ollut ilman säävahinkoja? (4 p.)
b) Kaurasato olisi ollut 42 tonnia ilman säävahinkoja. Kuinka paljon Peltonen sai korjattua kaurasatoa? (4 p.)
c) Korjattu porkkanasato oli 15 tonnia. Kuinka suuri oli säävahinkojen prosenttiosuus Peltosen koko sadosta? (4 p.)

Tehtävän yhteispisteet (12 p)

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen

3. **Osio A, tehtävä 3**

Kuviin $1-8$ on piirretty eräiden funktioiden kuvaajia. Kuvat eivät ole mittakaavassa. Valitse alasvetovalikoista mielestäsi jokaista funktiota parhaiten vastaavan kuvaajan numero. Jokaisesta oikein vastatusta kohdasta saa 2 p.

Aineisto:
3.A Neljä ensimmäistä kuvaa
3.B Neljä jälkimmäistä kuvaa

Tehtävän yhteispisteet (12 p)

x^2	1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8
x^3	1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8
$\sin(x)$	1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8
$\log(x)$	1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8
$\frac{1}{x}$	1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8
e^x	1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8

4. **Osio A, tehtävä 4**

Tuomas haluaa rakentaa autonsa suojaksi katoksen pressusta ja rautaputkista. Auton pituus on 5 metriä, leveys 1,8 metriä ja korkeus 1,5 metriä. Tuomas haluaa katoksesta niin suuren, että auton ympärillä on joka suunnassa puoli metriä tyhjää tilaa.

Tuomas rakentaa katoksestaan suorakulmion muotoisen siten, että siinä on auton ympärillä neljä pystysuoraa putkea ja niiden varassa neljä vaakasuoraa putkea auton ympärillä.

a) Kuinka paljon rautaputkea Tuomas tarvitsee katoksen rakentamiseen? (6 p.)
b) Kuinka paljon Tuomas tarvitsee pressua katosta varten? Ilmoita vastauksesi neliömetrin kymmenesosan tarkkuudella. (6 p.)

Aineisto:
4.A Havainnekuva katoksesta

Tehtävän yhteispisteet (12 p)

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen

Palauta A-osa

Saat CAS-laskinohjelmat käyttöön vastausten palauttamisen jälkeen.

B-osa / Del B

5. **Osio B1, tehtävä 5**

Viljami oli yhden vuoden ikäisenä 81 cm pitkä ja kahden vuoden ikäisenä 93 cm pituinen.

a) Muodosta sellaisen suoran yhtälö, joka näiden mittausten perusteella ennustaa Viljamin pituuden sentteinä ikävuosien funktiona. (3 p.)
b) Mikä on tämän mallin perusteella Viljamin syntymäpituus (eli pituus 0 vuoden iässä) ja pituus 19 vuoden ikäisenä? (3 p.)
c) Vaihtoehtoinen malli Viljamin pituudelle sentteinä on $137 \cdot \left(1 - e^{-0{,}15 \cdot t}\right) + 59$, missä t on Viljamin ikä vuosina. Mitä tämä malli ennustaa Viljamin pituudeksi 0, 1, 2 ja 19 vuoden iässä? (6 p.)

Tehtävän yhteispisteet (12 p)

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen

---

6. **Osio B1, tehtävä 6**

Olkoon funktio $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 1$. Tässä tehtävässä vastaukseksi riittää pelkkä vastaus.
a) Derivoi $f(x)$. (3 p.)
b) Ratkaise $f(x)$:n derivaatan nollakohta / nollakohdat. (3 p.)
c) Millä x :n arvolla funktion $f(x)$ derivaatta on pienimmillään? (3 p.)
d) Piirrä funktion $f(x)$ kuvaaja. Merkitse kuvaan derivaatan nollakohta / nollakohdat sekä kohta, missä derivaatta on pienimmillään. (3 p.)

Tehtävän yhteispisteet (12 p)

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen

7. **Osio B1, tehtävä 7**

Aineistossa on annettu elinkustannusindeksi kuukausittain vuoden 1951 lokakuusta vuoden 2018 syyskuuhun asti. Indeksissä lokakuun 1951 elinkustannuksille annettiin 100 pistettä, muiden kuukausien pisteluku kertoo, kuinka monta prosenttia siinä kuussa maksetut normaalit elinkustannukset ovat lokakuun 1951 hintatasosta. Indeksi kuvaa siis elämiseen kuluvan rahasumman kasvua.

a) Laske elinkustannusindeksin kuukausittaiset muutosprosentit, kun vuoden 2010 kuukausia verrataan vuoteen 2009. (4 p.)
b) Elina asuu vuokralla ja vuokrasopimuksen mukaan Elinan vuokraa korotetaan siten, että joulukuun elinkustannusindeksiä verrataan edellisen vuoden joulukuun indeksiin ja tammikuun vuokra nousee edellisvuodesta tämän prosenttiluvun verran, mutta kuitenkin vähintään yhden prosentin. Tammikuussa 2012 Elinan vuokra oli 500 € /kk. Kuinka paljon Elinan vuokra oli tammikuussa 2016? (8 p.)

Aineisto:
7.A tehtava_7_aineisto.ods (Libre Office Calc)
7.B tehtava_7_aineisto.tns (TI Nspire)
7.C tehtava_7_aineisto.vcp (Casio ClassPad Manager)

7.D tehtava_7_aineisto_csv_ISO-8859-1-merkisto_desimaalipiste_kenttien_erottimena_pilkku.csv
7.E tehtava_7_aineisto_csv_UTF-8-merkisto_desimaalipiste_kenttien_erottimena_pilkku.csv
7.F tehtava_7_aineisto_csv_UTF-8-merkisto_desimaalipiste_kenttien_erottimena_sarkain.csv

Jos haluat käsitellä aineistoa Geogebralla, avaa tiedosto "taulukkoaineisto_LibreOffice_Calc.ods" LibreOffice Calc:lla, ja kopioi aineisto sieltä Geogebran taulukkolaskentaan. Kopioinnin saat tehtyä maalaamalla koko aineiston, painamalla CTRL-C, klikkaamalla Geogebran taulukkolaskennassa esimerkiksi solua A1 ja painamalla CTRL-V.

Tehtävän yhteispisteet (12 p)

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen

8. **Osio B1, tehtävä 8**

Lasse yrittää huijata Anttia pokeripelissä ja merkitsee pataässän pienellä merkillä kortin selkäpuolelle. Antti sekoittaa kortit ja jakaa Lasselle ja itselleen kummallekin viisi korttia. Korttipakassa on 52 korttia. Kortteja on neljää eri maata (hertta, ruutu, pata ja risti), jokaisessa maassa on kortit 2—13 ja ässä. Pakassa ei ole jokereita.

a) Millä todennäköisyydellä pataässä on Antin kädessä? (4 p.)
b) Lasse huomaa merkistään, että yksi Antin korteista todellakin on pataässä. Millä todennäköisyydellä Antilla on kädessään ainakin kaksi ässää? (4 p.)
c) Maltettuaan katsoa omia korttejaan Lasse huomaa, että hänellä on kädessään ässäpari. Mikä on nyt todennäköisyys sille, että Antilla on kädessään ässäpari? (4 p.)

Tehtävän yhteispisteet (12 p)

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen

9. **Osio B1, tehtävä 9**

Suvi on löytänyt internetistä uhkapelin, missä palautussumma on normaalijakautunut. Normaalijakauman odotusarvo on 0,98 kertaa pelipanos ja keskihajonta on 20 % pelipanoksesta.

Suvi pelaa peliä viiden euron panoksella.

a) Millä todennäköisyydellä Suvi voittaa pelissä eli saa takaisin yli viisi euroa? (5 p.)
b) Suvi pitää kirjaa pelikierroksistaan ja huomaa, että kolmen prosentin todennäköisyydellä palautussumma jää tietyn rahasumman alle. Mikä on tämä rahasumma? (5 p.)
c) Suvi löytää myöhemmin toisen pelin, missä palautussumma on myös normaalijakautunut, mutta tässä pelissä odotusarvo on 0,95 kertaa pelipanos ja keskihajonta on 40 % pelipanoksesta. Kumpaa peliä Suvin kannattaa pelata, uutta vai vanhaa? Perustele vastauksesi lyhyesti. (2 p.)

Tehtävän yhteispisteet (12 p)

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen

10. **Osio B2, tehtävä 10**

Aritmeettisen lukujonon a_n ensimmäinen jäsen a_1 on -1 ja eräät sen jäsenet ovat $\ldots, 23, 26, 29, \ldots$

a) Mikä on lukujonon yleisen jäsenen a_n lauseke? (3 p.)
b) Mikä on lukujonon sadas jäsen a_{100}? (3 p.)

Lukujonon b_n kaksi ensimmäistä jäsentä ovat $b_1 = \frac{6}{8}$ ja $b_2 = \frac{3}{2}$.

c) Oletetaan, että lukujono on aritmeettinen. Mikä on lukujonon yleisen jäsenen b_n lauseke? (3 p.)
d) Oletetaan, että lukujono on geometrinen. Mikä on lukujonon yleisen jäsenen b_n lauseke? (3 p.)

Tehtävän yhteispisteet (12 p)

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen

11. **Osio B2, tehtävä 11**

Kolme matkapuhelinoperaattoria tarjoaa erilaisia puhepaketteja ja Suski haluaa selvittää mikä niistä on hänelle halvin. Yhden operaattorin kiinteään kuukausihintaan kuuluu tietty määrä puheaikaa ilman lisämaksua, tämän ylimenevältä ajalta laskutetaan jokaiselta alkavalta minuutilta. Toinen operaattori laskuttaa kaikilta puhutuilta minuuteilta. Operaattoreiden tarjoamat hinnat ovat:

Operaattori	Kuukausihinta	Kk-hintaan sisältyvät puheminuutit	Hinta / min
Surina	3 €/kk	-	0,07 €/min
Eemeli	18 €/kk	180	0,03 /min

a) Piirrä operaattoreiden puhelinlaskujen kuvaajat koordinaatistoon, missä vaaka-akselina on puhelimessa puhuttu aika ja pystyakselina Suskin maksettavaksi tuleva kuukausilasku. (3 p.)
b) Mikä operaattori Suskin kannattaa valita milläkin kuukausittaisella puheajan määrällä? Perustele. (3 p.)
c) Suskin kotikaupungissa aloittaa uusi operaattori KRP, joka tarjoaa puhelinliittymää, missä laskun suuruus euroina on $L(t) = 0.5 \cdot t^2 + 9$, missä t on puhelimessa puhuttu aika tunteina. Piirrä uusi kuva, missä KRP:n kuukausilasku on piirretty samaan kuvaan muiden operaattoreiden kanssa. Mikä operaattori Suskin kannattaa valita, jos hän puhuu neljä tuntia kuukaudessa? Entä jos hän puhuu kuusi tuntia kuukaudessa? (6 p.)

Tehtävän yhteispisteet (12 p)

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen

12. **Osio B2, tehtävä 12**

Aineistossa on annettu eräiden kotieläinten lukumäärät Suomessa vuosina 1970 - 2017.

a) Mikä oli ensimmäinen vuosi, kun sikoja oli Suomessa enemmän kuin nautoja? (2 p.)
b) Laske jokaiselle aineiston eläimelle lukumäärien keskiarvo ja keskihajonta. Anna vastauksesti samoissa yksiköissä kuin aineisto on annettu. (3 p.)
c) Suhteellisen hajonnan avulla voidaan vertailla aineistoja, joiden lukuarvot ovat merkittävästi eri suuruisia. Suhteellinen hajonta saadaan jakamalla keskihajonta keskiarvolla. Laske suhteellinen hajonta jokaiselle aineiston eläimelle. (3 p.)
d) Minkä eläinlajin lukumäärän keskihajonta on suurin? Entä suhteellinen hajonta? (2 p.)
e) Arvioi, minkä eläinlajin yhteenlaskettu paino oli suurin vuonna 2017? (2 p.)

Aineisto:
12.A tehtava_12_aineisto.ods (Libre Office Calc)
12.B tehtava_12_aineisto.tns (TI Nspire)
12.C tehtava_12_aineisto.vcp (Casio ClassPad Manager)

12.D tehtava_12_aineisto_csv_ISO-8859-1-merkisto_desimaalipiste_kenttien_erottimena_pilkku.csv
12.E tehtava_12_aineisto_csv_UTF-8-merkisto_desimaalipiste_kenttien_erottimena_pilkku.csv
12.F tehtava_12_aineisto_csv_UTF-8-merkisto_desimaalipiste_kenttien_erottimena_sarkain.csv

Jos haluat käsitellä aineistoa Geogebralla, avaa tiedosto "taulukkoaineisto_LibreOffice_Calc.ods" LibreOffice Calc:lla, ja kopioi aineisto sieltä Geogebran taulukkolaskentaan. Kopioinnin saat tehtyä maalaamalla koko aineiston, painamalla CTRL-C, klikkaamalla Geogebran taulukkolaskennassa esimerkiksi solua A1 ja painamalla CTRL-V.

Tehtävän yhteispisteet (12 p)

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen

13. **Osio B2, tehtävä 13**

Janika myy pienyrityksensä kautta lastenvahtipalvelua. Hän huomaa, että kysyntä palvelulle kasvaa jos hän tiputtaa hintaa ja pienenee jos hintaa nostaa. Janika kokeilee muutamaa eri hintaa ja saa selville, että hintaan 10 € /tunti hän saa kahdeksan keikkaa kuukaudessa ja hintaan 16 € /tunti neljä keikkaa kuukaudessa. Oletaan, että hinnan ja keikkojen lukumäärän välistä riippuvuutta voidaan kuvata lineaarisella mallilla. Jokainen lastenvahtikeikka kestää kolme tuntia.

Millä tuntihinnalla Janika saisi mahdollisimman suuret tulot lasten vahtimisesta? Kuinka monta euroa kuukaudessa Janika silloin tienaa lastenvahtikeikoista? (12 p)

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen