

Copyright Antti Suominen Oy. Tämän kokeen käyttö on sallittua lukion oppitunnilla, jos kurssin oppimateriaalina on käytössä Mafynetti-kurssi, joka sisältää tämän kokeen. Kaikissa muissa tapauksissa tämän kokeen käyttö on kielletty sekä kaupallisissa että kaikissa muissa tarkoituksissa.

Täyspitkä MAA yo-harjoituskoe 1 lukioille (MAFY-valmennus)

Matematiikan yo-harjoituskoe koostuu kolmesta osasta, A-osasta sekä osista B1 ja B2. Osassa A on neljä tehtävää, joista tehdään kaikki. Osassa B1 on viisi tehtävää, joista tehdään kolme. Osassa B2 on neljä tehtävää, joista tehdään kolme. Jokaisen tehtävän maksimipistemäärä on 12 pistettä. Kokeen maksimipistemäärä on 120 pistettä. Koko kokeen tekemiseen on 6 tuntia aikaa. A-osa on palautettava kolmen tunnin kuluessa.

A-osan palauttamisen jälkeen saat CAS-laskinohjelmat käyttöösi.

Vain oikeaan vastaustilaan laaditusta ratkaisusta saa pisteitä. Hyväksyttäviä muotoiluja voi tehtävissä olla useita erilaisia. Riittää että vastaukset ovat perusteltuja, selkeitä sekä ymmärrettäviä.

Älä jätä mitään merkintöjä sellaisen tehtävän vastaukselle varattuun tilaan, jota et halua jättää arvoستeltavaksi.

OSA A - VASTAA KAIKKIIN NELJÄÄN TEHTÄVÄÄN!

1. [Tehtävä 1](#)
2. [Tehtävä 2](#)
3. [Tehtävä 3](#) (kuva-aineisto)
4. [Tehtävä 4](#)

OSA B1 - VASTAA KOLMEEN NÄISTÄ VIIDESTÄ TEHTÄVÄSTÄ!

5. [Tehtävä 5](#)
6. [Tehtävä 6](#)
7. [Tehtävä 7](#)
8. [Tehtävä 8](#) (taulukkoaineisto)
9. [Tehtävä 9](#)

OSA B2 - VASTAA KOLMEEN NÄISTÄ NELJÄSTÄ TEHTÄVÄSTÄ!

10. [Tehtävä 10](#) (kuva-aineisto)
11. [Tehtävä 11](#)
12. [Tehtävä 12](#)
13. [Tehtävä 13](#)

Copyright Antti Suominen Oy.

Aineistot

Aineistot avautuvat "Näytä aineistot"-linkistä toiselle välilehdelle selaimessa. Voit liikkua aineistojen ja vastausosion välillä yläreunan välilehtien kautta.

1. Osio A, tehtävä 1

Valitse väitteille A–F tilanteet 1–6 alasvetovalikoista siten, että väitteet toteutuvat kyseisissä tilanteissa.

	Väite
A	Luku x on 125 % suurempi kuin luku y .
B	Luku x on 50 % pienempi kuin luku y .
C	Luku x on satakertainen lukuun y verrattuna.
D	Luku x on luvun y kuutiojuuri.
E	Luku x on luvun y käänteisluku.
F	Luku x on 90 % luvusta y .

	Tilanne
1	$x = 3, \quad y = 6$
2	$x = 1, \quad y = 1,111\dots$
3	$x = 9, \quad y = 4$
4	$x = 7, \quad y = \frac{78913}{552391}$
5	$x = 5, \quad y = 125$
6	$x = 10, \quad y = 10^{-1}$

Tehtävän kokonaispisteet (12 p)

A: 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6

B: 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6

C: 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6

D: 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6

E: 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6

F: 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6

2. Osio A, tehtävä 2

a) Derivoi funktio $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$ muuttujan x suhteen. (4 p)

b) Ratkaise funktion $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$ nollakohdat. (4 p)

c) Laske määrätty integraali $\int_{x_1}^{x_2} 2x^2 - 8x + 6 \, dx$, kun x_1 ja x_2 ovat b)-kohdassa ratkaistut nollakohdat järjestyksessä $x_1 < x_2$. (4 p)

Tehtävän kokonaispisteet (12 p)

[Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen](#) ▾

3. Osio A, tehtävä 3

Kuvaan on piirretty funktion f kuvaaja $y = f(x)$ funktion koko määrittelyjoukossa.

a) Merkitse kuvaan ne välit, joissa funktio näyttää kuvaajan perusteella olevan kasvava. (3 p)

b) Merkitse kuvaan ne välit, joissa funktio näyttää kuvaajan perusteella olevan vähenevä. (3 p)

c) Merkitse kuvaan ne kohdat, joissa kuvaajan perusteella näyttää olevan funktion derivaatan nollakohta. (3 p)

d) Onko funktiolla $f(x)$ olemassa käänteisfunktio? Perustele. (3 p)

Aineisto:

3.A [Funktion \$f\(x\)\$ kuvaaja](#)

Tehtävän kokonaispisteet (12 p)

[Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen](#) ▾

4. Osio A, tehtävä 4

Sievennä. Tässä tehtävässä vastaukseksi riittää pelkkä vastaus.

a) $\frac{4x^2 - 9}{2x + 3}$ (4 p)

b) $(x^2 + 3)^2 - (x + 2)^3 - (1 - x^3)$ (4 p)

c) $\ln \frac{e^2}{x^2} + \ln e^{-2}$ (4 p)

Tehtävän kokonaispisteet (12 p)

[Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen](#) ▾

Palauta A-osa

Saat CAS-laskinohjelmat käyttöön vastausten palauttamisen jälkeen.

B-osa / Del B

5. Osio B1, tehtävä 5

Neliön sisällä on mahdollisimman suuri ympyrä, jonka sisällä on mahdollisimman suuri neliö, jonka sisällä on mahdollisimman suuri ympyrä ja niin edelleen kunnes neliöitä on yhteensä 20 kappaletta. Uloimman neliön sivun pituus on 1. Mikä on kaikkien kahdenkymmenen neliön yhteenlaskettu pinta-ala?

Tehtävän kokonaispisteet (12 p)

[Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen](#) ▾

6. Osio B1, tehtävä 6

Radioteleskoopilla havaitaan kaukaisesta galaksista signaali. Astronomit haluavat varmistua siitä, että signaali ei ole vain tavallista taustakohinaa ja laskevat signaalin entropian. Signaalia käsitellään bitteinä eli jonona ykkösiä ja nollia. Merkitään ykkösen esiintymistodennäköisyyttä p :llä jolloin nollan esiintymistodennäköisyys on $1 - p$. Signaalin entropia on

$$E(p) = -p \cdot \log_2(p) - (1 - p) \cdot \log_2(1 - p)$$

- Piirrä entropiafunktion kuvaaja. (4 p)
- Arvioi kuvan perusteella, millä p :n arvoilla entropian arvo on korkeintaan 0,5? (3 p)
- Ratkaise millä p :n arvolla entropia saa maksimiarvonsa. Perustelee. (5 p)

Tehtävän kokonaispisteet (12 p)

[Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen](#) ▾

7. Osio B1, tehtävä 7

Etsi Newtonin menetelmällä ratkaisu yhtälölle $\frac{1}{x^2} - 2 = 0$ lähtien alkuarvosta $x_0 = 1,22$.

Laske iteraatioaskelia kunnes x_n on alle yhden miljoonasosan päässä oikeasta arvosta. Millä n :n arvolla tämä tapahtuu? Liitä ratkaisusi kaikki laskemasi iteraatioaskelien arvot x_i .

Tehtävän kokonaispisteet (12 p)

[Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen](#) ▾

8. Osio B1, tehtävä 8

Aineistossa on annettu kolme tilastoaineistoa, sarjat 1,2 ja 3.

tehtava_8_aineisto.ods (Libre Office Calc)

tehtava_8_aineisto.tns (TI Nspire)

tehtava_8_aineisto.cmbl (Logger Pro)

tehtava_8_aineisto.vcp (Casio ClassPad Manager)

tehtava_8_aineisto_2.csv (CSV-tiedosto, UTF-8-merkistö, desimaalipisteet ja kenttien erottimena pilkku)

tehtava_8_aineisto_3.csv (CSV-tiedosto, ISO-8859-1-merkistö, desimaalipisteet ja kenttien erottimena pilkku)

tehtava_8_aineisto_4.csv (CSV-tiedosto, UTF-8-merkistö, desimaalipisteet ja kenttien erottimena sarkain)

Jos haluat käsitellä aineistoa Geogebralla, avaa tiedosto

"taulukkoaineisto_LibreOffice_Calc.ods" LibreOffice Calc:lla, ja kopioi aineisto sieltä

Geogebbran taulukkolaskentaan. Kopioinnin saat tehtyä maalaamalla koko aineiston, painamalla

CTRL-C, klikkaamalla Geogebbran taulukkolaskennassa esimerkiksi solua A1 ja painamalla

CTRL-V.

a) Laske sarjojen keskiarvot, mediaanit, keskihajonnat ja varianssit. (8 p)

b) Yksi sarjoista on saatu normittamalla sadan siilipoikasen painot sopivasti. Toinen sarja on saatu heittämällä satasivuista arpakuutiota ja kolmas kuvaa elektroniikkakomponenttien elinaikoja. Mikä sarja kuvaa mitään tilannetta? Perustele valintasi lyhyesti. (4 p)

Tehtävän kokonaispisteet (12 p)

[Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen](#) ▾

9. Osio B1, tehtävä 9

Funktion $f(x)$ kaarevuussäde lasketaan kaavalla $r = \frac{(1 + f'(x)^2)^{\frac{3}{2}}}{f''(x)}$ missä $f'(x)$ on funktion derivaatta ja $f''(x)$ on funktion toinen derivaatta.

a) Mikä on funktion $f(x) = \frac{1}{2}(x^3 - x^2 - x + 3)$ kaarevuussäde r kohdassa $x = 1$? (8 p)

b) Piirrä funktion $f(x)$ kuvaaja ja hahmottele kuvaan ympyrä, jonka säde on a)-kohdassa laskettu kaarevuussäde ja joka sivuaa funktion kuvaajaa yläpuolelta kohdassa $x = 1$. (4 p)

Tehtävän kokonaispisteet (12 p)

[Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen](#) ▾

10. Osio B2, tehtävä 10

Suorakulmaisen särmiön kulmat sijaitsevat pisteissä $A = (4, 0, 0)$ ja $B = (0, 6, 5)$. Muurahainen sijaitsee pisteessä A ja haluaa kävellä lyhintä mahdollista reittiä särmiön pintaa pitkin pisteeseen B . Muurahainen aloittaa matkansa xy -tasossa.

- Kuinka pitkän matkan muurahainen joutuu kävelemään? (6 p)
- Missä pisteessä muurahainen kääntyy tahkolta toiselle eli kävelee särmiön poikki matkallaan A :sta B :hen? (6 p)

Aineisto:

10.A [Kuva tehtävän särmiöstä](#)

Tehtävän kokonaispisteet (12 p)

[Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen](#) ▾

11. Osio B2, tehtävä 11

- Pisteiden P , A ja B paikkavektorit ovat $\overrightarrow{OP} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$, $\overrightarrow{OA} = -\vec{i} + 3\vec{k}$ ja $\overrightarrow{OB} = 3\vec{i} + 5\vec{j} + 0,5\vec{k}$. Onko piste P pisteiden A ja B välisellä janalla? Perustele. (6 p)
- Mikä on janojen OA ja OB välinen kulma? (3 p)
- Mikä on kolmion OAB pinta-ala? (3 p)

Tehtävän kokonaispisteet (12 p)

[Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen](#) ▾

12. Osio B2, tehtävä 12

Olkoon $n \in \mathbb{N}$ ja $a \in \mathbb{R}$ siten, että $a \neq 0$ ja $a \neq 1$. Osoita, että kaikilla n pätee

$$a + a^2 + \dots + a^n = \frac{a(a^n - 1)}{a - 1}$$

Tehtävän kokonaispisteet (12 p)

[Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen](#) ▾

13. Osio B2, tehtävä 13

Olkoon $f(x) = \int 2 \sin^2(x) dx$ ja $f(0) = 0$.

Etsi sellaiset suorat $y = kx + b$, jotka sivuavat funktion $f(x)$ kuvaajaa äärettömän monta kertaa. Piirrä kuva, mistä selviää funktion $f(x)$ käytös ja suorien sivuaminen.

Tehtävän kokonaispisteet (12 p)

[Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen](#) ▾